

CIĄGI

POZIOM PODSTAWOWY

Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi:

Zad. 1

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-2)^n \cdot \frac{n^2}{(n+1)}$ dla $n \in \mathbb{N}$ i $n \geq 1$. Oblicz a_3 i a_6 .

Zad. 2

Liczby: 1 , $2x + 1$, $3x + 1$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz x .

Zad. 3

Wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 7 dają resztę 3. Ponadto $a_4 = 24$. Oblicz a_{12} .

Zad. 4

Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 10n + 16$ dla $n \in \mathbb{N}$ i $n \geq 1$.

Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi:

Zad. 5

Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że $S_5 = 20$, a wyrazy drugi, trzeci i siódmy tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.

Zad. 6

Ciąg (a, b, c) jest arytmetyczny i $a + b + c = 45$. Ciąg $(a, b - 7, c + 4)$ jest geometryczny. Oblicz a, b, c .

Zad. 7

Piotrek postanowił przeczytać książkę, która ma 211 stron. Przez ile dni Piotrek będzie czytał książkę, jeśli pierwszego dnia zaplanował przeczytanie 16 stron, a każdego następnego dnia 1,5 raza więcej niż poprzedniego?

Zad. 8

Rozwiąż równanie $(3x + 1) + (3x + 3) + (3x + 5) + \dots + (3x + 39) = 420$, jeśli wiadomo, że składniki po lewej stronie są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego.

POZIOM ROZSZERZONY

Zad. 9

Dany jest ciąg (a_n) mający tę własność, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ suma n początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $\frac{1}{2}(5n^2 - n)$. Oblicz 15 wyraz tego ciągu. Wykaż, że ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.

Zad. 10

Wyznacz pierwsze trzy wyrazy ciągu geometrycznego wiedząc, że są one dodatnie, ich suma jest równa 26 oraz suma ich odwrotności wynosi $\frac{13}{18}$.